

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ТГПУ)

Утверждаю

декан факультета

«____» _____ 2012 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б.2.В.06. «ОСНОВНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ»

ТРУДОЁМКОСТЬ (В ЗАЧЁТНЫХ ЕДИНИЦАХ) _____ 3 _____

Направление: 230400.62 – информационные системы и технологии

Степень (квалификация) выпускника – бакалавр

1. Цели изучения дисциплины:

Целью дисциплины является ознакомление студентов с элементами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач; формирование навыков самостоятельного изучения специальной литературы; развитие навыков математического исследования явлений и процессов, связанных с профессиональной деятельностью.

Основной задачей изучения дисциплины является изучение основных алгебраических структур: групп, колец, полей.

2. Место учебной дисциплины в структуре основной образовательной программы.

Дисциплина «Основные алгебраические структуры» относится к числу дисциплин математического и естественнонаучного цикла (вариативной части). Она является неотъемлемой частью профессионального математического образования студента. Для освоения данной дисциплины требуются математические знания, полученные в ходе освоения школьной программы, «Вводного курса математики», курса «Математика».

Усвоение этой дисциплины необходимо для успешного освоения следующих учебных дисциплин: «Исследование операций», «Математические основы информатики».

3. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

Процесс изучения дисциплины «Основные алгебраические структуры» направлен на формирование следующих компетенций:

Общекультурные компетенции (ОК):

- владение культурой мышления, способностью к обобщению, анализу и восприятию информации (ОК 1);
- умение применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для интеллектуального развития, повышения культурного уровня (ОК 5).

Профессиональные компетенции (ПК):

- способность проводить моделирование процессов и систем (ПК 5);
- способность проводить сбор, анализ научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследования (ПК 23);
- способность обосновывать правильность выбранной модели, сопоставляя результаты экспериментальных данных и полученных решений (ПК-25)
- способность использовать математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований (ПК-26).

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- основы теории множеств;
- основы теории групп, колец и полей.

Уметь:

- использовать понятия теории множеств при исследовании задач;
- использовать понятия теории групп, колец и полей при решении задач;
- выполнять операции над комплексными числами, записанными в разных формах.

Владеть:

- навыками самостоятельной работы и умением находить и перерабатывать дополнительную информацию в прикладных задачах.

4. Общая трудоемкость дисциплины 3 зачётных единиц и виды учебной работы.

Вид учебной работы	Трудоемкость (в соответствии с учебным планом) (час)	Распределение по семестрам (в соответствии с учебным планом) (час)
	108	4
Аудиторные занятия	57 (в том числе в интеракт. – 6)	57 (в том числе в интеракт. – 6)
Лекции	19	19
Практические занятия	38	38
Семинары		
Лабораторные работы		
Другие виды аудиторных работ		
Другие виды работы		
Самостоятельная работа	51	51
Курсовой проект (работа)		
Реферат		
Расчетно-графические работы		
Формы текущего контроля		
Вид промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом		Зачёт

5. Содержание учебной дисциплины

5.1. Разделы учебной дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (темы)	Аудиторные часы					Самостоятельная работа (час)
		ВСЕГО	лекции	практические (семинары)	Лабораторные	В т.ч. интерактивные формы обучения (не менее 10%)	
1.	Элементы теории групп	18	6	12		2	12
2.	Элементы теории колец и полей	12	4	8		2	12
3.	Поле комплексных чисел	16	6	10		2	12
4.	Булевы алгебры	11	3	8			15
	Итого:	57/ 1,58 з.ед.	19	38		6 / 10,5%	51

5.2. Содержание разделов учебной дисциплины

№	Тема	Содержание
1.	Элементы теории групп	Определение и свойства бинарных алгебраических операций. Нейтральный элемент относительно операции, симметричный элемент. Определение, терминология, примеры групп. Понятие изоморфизма групп. Группа подстановок n-ой степени. Циклическая группа. Гомоморфизм групп. Ядро гомоморфизма. Теорема о гомоморфизме. Подгруппа. Критерий подгруппы. Разложение по подгруппе. Теорема Лагранжа. Нормальный делитель.

		Фактор-группа.
2.	Элементы теории колец и полей	Определение и примеры колец. Простейшие свойства кольца. Делители нуля. Подкольцо. Критерий подкольца. Определение и примеры поля. Характеристика поля. Теорема об отсутствии делителей нуля в поле. Подполе. Критерий подполя.
3.	Поле комплексных чисел	Построение поля $\mathbb{C}$ комплексных чисел. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Сопряжённое число. Свойства сопряжённых чисел. Операции над комплексными числами в алгебраической форме. Циклическая группа $\langle i \rangle$. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Умножение, деление, возведение в степень комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра-Лапласа. Следствие из неё. Теорема об извлечении корня n -ой степени из комплексного числа. Группа корней n -ой степени из 1.
4.	Булевы алгебры	Определение и примеры булевых алгебр. Простейшие свойства. Гомоморфизм булевых алгебр.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

6.1. Основная литература по дисциплине:

1. Судоплатов С.В. Элементы дискретной математики / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова. – М.: ИНФРА – М, 2007. – 279 с.
2. Турецкий В. Я. Математика и информатика: учебное пособие для вузов / В. Я. Турецкий. – 3-е изд., перераб. и доп. – М: ИНФРА-М, 2008. – 557с.

6.2. Дополнительная литература:

1. Белоусов А.И. Дискретная математика : учебник для вузов /А. И. Белоусов, С. Б. Ткачев. – М. : издательство МГТУ, 2002. – 743 с.
2. Ершов Ю.Л. Математическая логика : учебное пособие для вузов / Ю. Л. Ершов, Е. А. Палютин. – 6-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2011. – 356 с.
3. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г. Курош. – СПб: Лань, 2004. – 431 с.
4. Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел : учебное пособие для вузов / Л. Б. Шнеперман. – Изд. 3-е, стереотип. – СПб. : Лань, 2008. – 222 с.

6.3. Средства обеспечения освоения дисциплины

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры / Э.Б. Винберг //Электронно-библиотечная система «КнигаФонд». URL: <http://www.knigafund.ru/books/98008> (дата обращения: 20.08.2012)
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру: В 3-х ч. Ч. III: Основные структуры алгебры / А.И. Кострикин //Электронно-библиотечная система «КнигаФонд». URL: <http://www.knigafund.ru/books/57819> (дата обращения: 20.08.2012)
3. Марченков С.С. Замкнутые классы булевых функций / С.С. Марченков //Электронно-библиотечная система «КнигаФонд». URL: <http://www.knigafund.ru/books/115980> (дата обращения: 20.08.2012)
4. Интернет-тест по математике: <http://www.mathtest.ru>

5. Математический интернет-портал «Вся математика»: <http://www.allmath.ru>.
6. Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru>.
7. Фонд знаний «Ломоносов» <http://www.lomonosov-fund.ru/enc/ru/library:0135770>.

6.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины.

№ п/п	Наименование раздела (темы) учебной дисциплины	Наименование материалов обучения, пакетов программного обеспечения	Наименование технических и аудиовизуальных средств, используемых с целью демонстрации материалов
1	1- 3 (см. таб. 5.1)	Табличный процессор (Microsoft Office Excel / OpenOffice.org Calc). Математические пакеты Mathcad и Mathematica.	Мультимедийный компьютерный класс, интерактивная доска, наличие локальной и глобальной сети.

7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

7.1. Методические рекомендации преподавателю

Данный курс реализуется посредством чтения лекций, проведения практических занятий и консультаций. С целью выработки у студентов навыков самостоятельной работы с литературой, некоторые вопросы излагаются в обзорном порядке. Предполагается, что отдельные выводы и доказательства будут проведены самостоятельно, с последующим отчетом на консультации. Рекомендуется сопровождать (где это возможно) определения понятий как математическими, так и нематематическими примерами, предлагать студентам придумать собственные примеры к рассматриваемому понятию. Также можно рекомендовать студентам работу в парах, «защиту» решения заданий небольшими группами.

Для контроля усвоения материала курса рекомендуется проводить небольшие текущие проверочные работы после изучения каждой темы. Также рекомендуется проводить консультации для студентов, на которых рассматривается непонятый ими материал.

7.2. Методические рекомендации для студентов

Для успешного усвоения материала данного курса студентам рекомендуется:

- обязательное посещение лекций;
- активная работа на практических занятиях;
- самостоятельная работа.

На лекциях преподаватель вводит новые понятия; приводит примеры, поясняющие определение; доказывает основные теоремы. По ходу лекции преподаватель задаёт вопросы, помогающие ему понять, насколько хорошо усвоен материал. Все уточняющие вопросы студентов приветствуются преподавателем.

На практических занятиях предлагаются разные виды заданий, помогающих усвоить введённые понятия.

Самостоятельная работа имеет большое значение в освоении курса. Во время самостоятельной работы студентов выявляются пробелы в усвоении материала.

Студентам будут предложены консультации преподавателя, где можно ещё раз разобрать непонятый материал.

Контроль усвоения материала будет осуществляться в виде текущих проверочных работ после изучения каждой темы. Итоговой формой контроля является зачёт.

Курс «Основные алгебраические структуры» входит в цикл дисциплин, обеспечивающих профессиональную подготовку по направлению «Информационные системы и технологии». Предполагается, что знания, приобретенные при изучении данного курса, помогут студенту успешно осваивать общие и специальные дисциплины в процессе обучения по данному направлению.

8. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

8.1. Тематика рефератов.

Не предусмотрено.

8.2. Вопросы и задания для самостоятельной работы.

1. Являются ли следующие операции бинарными алгебраическими на данных множествах:
а) $x * y = (2x - y)(3y - x)$ на $\mathbf{N}$;
б) $x * y = x + y - xy$ на $\mathbf{Z}$;
в) $x * y = x^y$ на $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$.
2. Докажите, что алгебраическая система $\langle \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbf{Q}^*\}, \cdot \rangle$ является группой.
3. Докажите, что любая циклическая группа является абелевой.
4. Докажите, что группа $\langle \mathbf{Z}_5^*, \cdot \rangle$ является циклической.
5. Докажите, что алгебраическая система $\langle 2^U, \Delta, \cap \rangle$ является кольцом и укажите в нём делители нуля.
6. Изучите понятие идеала кольца, приведите примеры. Сформулируйте результаты о гомоморфизме колец, аналогичные результатам о гомоморфизме групп.
7. Докажите, что алгебраическая система $\langle \mathbf{Z}_p, +, \cdot \rangle$ является полем.
8. Докажите, что мультипликативная группа корней n -степени из 1 является циклической.
9. При каком действительном значении a число $4i^4 - 3ai^3 + (2 - a)i - 5 + a$ будет действительным? чисто мнимым? равным нулю?
10. Найдите все значения корней: а) $\sqrt[3]{\frac{1+i}{\sqrt{3}+i}}$; б) $\sqrt[4]{\frac{-1+i}{1-i\sqrt{3}}}$.
11. Постройте булеву алгебру на булеане трёхэлементного множества. Укажите элементы булевой алгебры, их дополнения, нуль и единицу.
12. Докажите следующие свойства дополнений элементов в булевой алгебре:
а) $(a + b)' = a'b'$; б) $(ab)' = a' + b'$; в) $a'' = a$; г) $0' = 1$; д) $1' = 0$; е) если $a \leq b$, то $b' \leq a'$.
13. Докажите, что в булевой алгебре следующие условия равносильны:
 $a \leq b$; $ab' = 0$; $a' + b = 1$.
14. Пусть φ – гомоморфизм булевой алгебры B на B' . Докажите, что $\varphi(b') = \varphi'(b)$.

8.3. Вопросы для самопроверки.

1. Какой элемент называется симметричным к элементу x относительно операции $\circ$?
2. Что называется подстановкой 4-й степени?
3. Какая группа называется циклической?
4. Что такое нормальный делитель группы?
5. Какие элементы кольца называются делителями нуля?
6. Какая алгебраическая система называется полем?
7. Чему равно $(1 + i)^4$?
8. Какие комплексные числа в тригонометрической форме записи называются равными?
9. Сколько существует корней 8 степени из числа -256 в поле $\mathbb{C}$?
10. Какая алгебраическая система называется булевой алгеброй?
11. Какова мощность булевой алгебры, построенной на булеане пятиэлементного множества?

8.4. Примеры тестов.

1.	Дана мультипликативная группа $\langle G, \cdot \rangle$. Тогда верными являются утверждения: а) Операция умножения ассоциативна; б) Все элементы, кроме нейтрального, имеют обратный; в) Операция, обратная к умножению не выполнима в G ; г) Во множестве G существует элемент, у которого нет обратного; д) операция умножения коммутативна; е) Во множестве G существует нейтральный элемент – нуль.		
	а), б), д).	а) – г)	а)
2.	Выберите число, которое является симметричным элементом для (-2) в $\langle \mathbb{Q}^*, \cdot \rangle$.		
	-2	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
3.	Чему равно произведение $\tau_1 \tau_2$ подстановок $\tau_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ и $\tau_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$?		
	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
4.	Какое из следующих подмножеств является подкольцом кольца $\langle \mathbb{Z}, +, \cdot \rangle$?		
	Множество чётных чисел	Множество нечётных чисел	Натуральные числа
5.	Какие из элементов: 3, 4, 5 являются делителями нуля в $\mathbb{Z}_6$?		
	3 и 4	3 и 5	Делителей нуля нет
6.	Какие из элементов: 2, 4, 5 являются делителями нуля в $\mathbb{Z}_7$?		
	2 и 5	Делителей нуля нет	2 и 4
7.	Чему равна действительная часть комплексного числа $(2 + 4i)^2 - 5i$?		
	-12	4	20
8.	Чему равен модуль числа $-3 - 4i$?		
	5	25	-7
9.	Среди данных комплексных чисел: а) $\cos \pi/3 + i \sin \pi/3$; б) $2(\cos \pi/3 + i \sin \pi/3)$; в) $\cos 7\pi/3 + i \sin 7\pi/3$ равными являются:		
	а) и б)	а) и в)	б) и в)
10.	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)^{100} =$		

	$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$	1	-1
11.	Пусть $A = \{a, b, c\}$. Укажите единицу булевой алгебры, построенной на 2^A .		
	$\{a\}$	$\emptyset$	$\{a, b, c\}$

8.5. Перечень вопросов для промежуточной аттестации (к экзамену, к зачёту).

Перечень вопросов к зачёту (4-й семестр).

1. Теорема об единственности нейтрального элемента.
2. Теорема об единственности симметричного элемента.
3. Отношение изоморфизма двух групп есть отношение эквивалентности.
4. Критерий подгруппы.
5. Теорема о существовании циклической подгруппы в произвольной группе.
6. Теорема Лагранжа и следствия из неё.
7. Нормальный делитель.
8. Фактор-группа.
9. Гомоморфизм двух групп. Ядро гомоморфизма.
10. Теорема об естественном гомоморфизме.
11. Свойства кольца.
12. Лемма о делителях нуля в поле.
13. Критерий подполя.
14. Построение поля $\mathbb{C}$ комплексных чисел.
15. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Операции над комплексными числами в алгебраической форме.
16. Переход от алгебраической формы записи комплексного числа к тригонометрической.
17. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.
18. Формула Муавра-Лапласа. Следствие из неё.
19. Извлечение корня n -ой степени из 1.
20. Группа корней n -ой степени из 1.
21. Определение, простейшие свойства и примеры булевых алгебр.
22. Свойства дополнений элементов булевой алгебры.

8.6. Темы для написания курсовой работы.

Не предусмотрено.

8.7. Формы контроля самостоятельной работы.

Студенты сдают задания самостоятельной работы на консультациях.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с учебным планом, федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки: **230400.62 – Информационные системы и технологии.**

К.ф.-м.н., доцент кафедры математики,
теории и методики обучения математике _____ А.И. Забарина

К.ф.-м.н., доцент кафедры математики,
теории и методики обучения математике _____ Е.А. Фомина

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математики,
теории и методики обучения математике,
протокол № _____ от «___» _____ 2012 г.

Зав. кафедрой _____ Э.Г. Гельфман

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией физико-математического факультета
протокол № _____ от «___» _____ 2012 г.

Председатель методической комиссии ФМФ _____ З.А. Скрипко